

**XVI ВСЕРОССИЙСКИЙ КОНКУРС
НАУЧНЫХ РАБОТ МОЛОДЕЖИ
«ЭКОНОМИЧЕСКИЙ РОСТ РОССИИ»**

**Моделирование резерва по страхованию жизни с учетом сценариев развития процентной ставки
Life Insurance Reserves under Some Interest Rate Scenarios**

Выполнила: Фаизова А.А., соискатель

Faizova A.

Санкт-Петербургский Государственный Университет

Saint-Petersburg State University

Научный руководитель: Кудрявцев А.А., д.э.н., доцент

Оглавление

Введение	3
Оценка резерва для стандартного случая постоянной интенсивности начисления процента	6
Оценка резерва для кусочно-постоянной зависимости интенсивности начисления процента от размера резерва	9
Оценка резерва для кусочно-постоянной зависимости интенсивности начисления процента от суммарного размера резервов по группе договоров.....	13
Заключение.....	15
Библиографический список.....	16

Введение

Страхование сегодня принадлежит к числу наиболее активно развивающихся отраслей хозяйственной деятельности. На макроэкономическом уровне страховыми организациями выполняется несколько важных функций. Во-первых, страхование создает финансовые условия для быстрого возобновления хозяйственной деятельности пострадавшего от какого-либо ущерба предприятия. Во-вторых, страховые организации освобождают государство от дополнительных расходов при наступлении страховых случаев. В-третьих, страхование стимулирует научно-технический прогресс, обращая внимание производителей на опасные технологии, способствует их устранению. В-четвертых, страхование обеспечивает концентрацию инвестиционных ресурсов и стимулирует экономический рост благодаря наличию возможности инвестирования части страховых резервов. Таким образом, развитие страховой деятельности является важным условием экономического роста.

Как уже было отмечено выше, страховые организации являются мощными финансово-кредитными учреждениями, важнейшими инвестиционными институтами. Они активно размещают как средства страховых резервов, так и собственные свободные средства. Особое значение придается размещению средств страховых резервов по долгосрочному страхованию, так как это важный источник «длинных денег» для экономики страны. Следует отметить, что в активно обсуждаемой последнее время «Стратегии развития страховой деятельности в РФ до 2020 года» большое значение уделяется именно увеличению объемов долгосрочного страхования жизни.

Учет возможного инвестиционного дохода важен при назначении тарифов для нового страхового продукта, корректировке существующих тарифов, определении потребности в денежных средствах при проведении выплат, резервировании. Особую роль вопрос анализа возможного дохода от размещения страховых резервов играет в долгосрочном страховании. При этом важно учесть наибольшее количество возможных параметров, от которых может зависеть инвестиционный доход. Это повысит точность оценок, а значит, уменьшит вероятность невыполнения страховой организацией своих обязательств, ее разорение. На сегодняшний день развитие страхового дела не возможно без усовершенствования актуарных методов

Традиционно в актуарных моделях учет возможного инвестиционного дохода осуществляется путем введения в модели процентных ставок. В простейшем случае они счи-

таются постоянными в течение всего срока страхования. На практике же оказывается, что процентные ставки зависят от большого количества параметров, таких как текущий момент времени, срок инвестирования, уровень инфляции и других. Учет зависимости от момента времени достаточно хорошо освещен в литературе, однако исследований, посвященных учету прочих параметров, на сегодняшний день не проводилось. В том числе возникает необходимость рассмотрения зависимости от размера инвестируемого капитала, то есть от размера резерва по долгосрочному страхованию.

Одним из видов долгосрочного страхования является смешанное страхование жизни, предназначенное для обеспечения имущественных интересов, связанных с рисками смертности и дожития. Долгосрочный характер требует учета не только рискованной, но и накопительной компоненты при актуарном обосновании соответствующих договоров. Иными словами, возможность инвестирования страховщиком временно свободных денежных средств (части страховой премии и резервов) является одним из базовых элементов соответствующих страховых продуктов, тогда как в краткосрочном страховании подобная возможность (и соответственно, накопительная компонента страховой премии) играют вспомогательную роль.

Необходимость прямого рассмотрения накопительной компоненты в договорах страхования жизни означает, что актуарные оценки премий и резервов должны основываться среди прочего на прогнозе доходности будущих инвестиций страховой организации. Это делает такие оценки чувствительными к изменению доходности. В результате задача анализа устойчивости оценок к колебаниям процентных ставок является ключевой с точки зрения финансового менеджмента страховой организации, т.к. определяет финансовую устойчивость и платежеспособность. Анализ указанных аспектов в последние десятилетия придается особое значение.

Для учета подобных эффектов обычно рассматривается либо детерминистический прогноз с постоянными ставками (с плоской кривой процентных ставок), либо стохастическая модель, в которой ставки процента (средние доходности инвестиций) описываются случайным процессом. Оба подхода задают своего рода «границы» оценивания: первый обеспечивает расчеты в рамках базового сценария, второй – исследование отклонений от него. При этом рассматривается зависимость процентных ставок лишь от текущего момента времени, а остальные факторы, как правило, игнорируются.

Тем не менее, имеет смысл рассматривать более широкий круг условий формирования резервов по страхованию жизни. В частности, возможности инвестирования, а следовательно, и его доходность часто зависят от размера вложенной суммы: чем больше де-

нег, тем выгоднее могут быть варианты их размещения. Данное условие в модели с непрерывным временем можно записать в форме

$$\frac{d\delta}{d, \bar{V}} \geq 0, \quad (1)$$

где δ – интенсивность начисления процента, $, \bar{V}$ – резерв по смешанному страхованию жизни. Традиционная постановка предполагает, что данное условие выполняется как равенство, т.е. зависимость между указанными величинами отсутствует.

В данной работе будут рассмотрены некоторые случаи зависимости интенсивности начисления процента от размера нетто-резерва в рамках детерминистической модели с непрерывным временем. Объектом исследования является организация, занимающаяся страхованием жизни. Предмет исследования – модель резерва по смешанному страхованию жизни. Теоретико-методологической основой служат работы в области экономики, страхования и математики. Целью данной работы является разработка моделей резерва по смешанному страхованию жизни, учитывающих зависимость процентных ставок от размера резерва. При проведении исследования были поставлены следующие задачи:

- Построение резерва по страхованию жизни для одного договора с учетом кусочно-постоянной (как с одним разрывом, так и с несколькими) зависимости процентных ставок от размера инвестируемого капитала (резерва по этому договору);
- Построение резерва по страхованию жизни с учетом кусочно-постоянной (как с одним разрывом, так и с несколькими) зависимости процентных ставок от размера инвестируемого капитала (совокупного резерва по набору однотипных договоров);
- Сравнение построенных моделей с традиционной, не учитывающей данную зависимость.

Оценка резерва для стандартного случая постоянной интенсивности начисления процента

Хорошо известно, что в математической модели, используемой для вычисления размера резерва, который необходимо сформировать по договору смешанного страхования жизни, выполняется дифференциальное уравнение Тиле, предложенное в 1875 г.¹

$$\frac{d_t \bar{V}}{dt} = P_t + \delta_t \bar{V} - \mu_x(t)(S_t - {}_t \bar{V}), \quad (2)$$

где ${}_t \bar{V}$ – необходимый размер резерва в момент времени t , P_t – поступление премии в момент времени t , $\mu_x(t)$ – интенсивность смертности в момент времени t лица в возрасте x , S_t – страховая сумма, выплачиваемая при наступлении страхового случая в момент времени t . Действительно, прирост резерва по страхованию жизни равен разности между поступлениями (премии и инвестиционный доход, получаемый от вложения средств резерва) и расходами (ожидаемой рискованной суммой, т.е. превышению страховой суммы над уже накопленными резервами).

Если дополнительно предположить, что в начальный момент времени размер необходимого резерва равен 0 (то есть ${}_0 \bar{V} = 0$), что соответствует принципу эквивалентности, то решением дифференциального уравнения (2) является функция

$${}_t \bar{V} = \int_0^t (P_\tau - S_\tau \mu_x(\tau)) e^{\int_0^\tau (\delta + \mu_x(u)) du} d\tau, \quad (3)$$

Выражение (3) соответствует формуле обычного ретроспективного метода оценки резерва по страхованию жизни. Действительно, если преобразовать формулу (3) с учетом Международной системы актуарных обозначений, а именно обозначить $v = e^{-\delta}$ и

$${}_{z-y} P_{x+y} = e^{-\int_y^z \mu_x(\theta) d\theta} \quad \text{при } z \geq y,$$

то получим

$${}_t \bar{V} = \frac{1}{v {}_t P_x} \left(\int_0^t P_\tau v^\tau {}_t P_x d\tau - \int_0^t S_\tau v^\tau {}_t P_x \mu_x(\tau) d\tau \right),$$

Данное выражение представляет собой классическую ретроспективную формулу.

¹ Бауэрс Н. и др. Актуарная математика / Пер. с англ. М.: Янус-К, 2001. 229 с.

Если же предположить, что в момент окончания договора страхования размер необходимого резерва должен в точности равняться выплате, производимой в случае дожития застрахованного лица до конца срока действия договора (то есть ${}_n\bar{V} = S_n$, где n – срок страхования), то решением (2) будет функция

$${}_t\bar{V} = S_n e^{\int_t^n -(\delta + \mu_x(s)) ds} + \int_t^n S_\tau \mu_x(\tau) e^{\int_t^\tau -(\delta + \mu_x(s)) ds} d\tau - \int_t^n P_\tau e^{\int_t^\tau -(\delta + \mu_x(s)) ds} d\tau, \quad (4)$$

которая отвечает перспективному методу. Вводя общепринятые актуарные обозначения можно получить

$${}_t\bar{V} = \left(S_n v^{n-t} {}_{n-t}p_{x+t} + \int_t^n S_\tau v^{\tau-t} {}_{\tau-t}p_{x+t} \mu_x(\tau) d\tau \right) - \int_t^n P_\tau v^{\tau-t} {}_{\tau-t}p_{x+t} d\tau,$$

что представляет собой классическую перспективную формулу.

Решения (3) и (4) будут давать один результат, если дисконтированный поток премий будет равен дисконтированному потоку ожидаемых выплат, что соответствует требованиям принципа эквивалентности. В частности, в случае постоянства премии в течение всего срока страхования, ее можно выразить следующей формулой

$$P = \frac{S_n e^{\int_t^n -(\delta + \mu_x(s)) ds} + \int_t^n S_\tau \mu_x(\tau) e^{\int_t^\tau -(\delta + \mu_x(s)) ds} d\tau}{\int_t^n e^{\int_t^\tau -(\delta + \mu_x(s)) ds} d\tau} \quad (5)$$

или в стандартных актуарных обозначениях

$$P = \frac{S_n v^n {}_n p_x + \int_0^n S_\tau v^\tau {}_\tau p_x \mu_x(\tau) d\tau}{\int_0^n v^\tau {}_\tau p_x d\tau}.$$

Повторя приведенные выше рассуждения легко получить формулы, обобщающие (2), (3), (4) и (5) в случае, если интенсивность начисления процента $\delta(t)$ зависит от времени. Аналогичным образом можно учесть зависимость интенсивности начисления процента и от других факторов, не присутствующих в качестве параметров в дифференциальном уравнении (2), например инфляции и т.д. В случае же зависимости функции δ от размера инвестируемого капитала, что в нашем случае равносильно введению в модель какой-либо функциональной формы $\delta({}_t\bar{V})$ условия (1), то дифференциальное уравнение Тиле примет вид

$$\frac{d_i \bar{V}}{dt} = P_i + \delta(\bar{V})_i \bar{V} - \mu_x(t)(S_i - \bar{V}), \quad (6)$$

а его решение будет более сложным. Далее рассмотрим решение уравнение (6) для конкретного вида зависимости $\delta(\bar{V})$.

Оценка резерва для кусочно-постоянной зависимости интенсивности начисления процента от размера резерва

Рассмотрим важный частный случай функции $\delta({}_t\bar{V})$. Предположим, что имеющаяся зависимость интенсивности начисления процента от размера резерва по смешанному страхованию жизни выражается кусочно-постоянной функцией вида

$$\delta({}_t\bar{V}) = \begin{cases} \delta_0, & {}_t\bar{V} < V_0, \\ \delta_1, & {}_t\bar{V} \geq V_0, \end{cases} \quad (7)$$

где $V_0 > 0$ – критический уровень нетто-резерва, $0 < \delta_0 < \delta_1$. Этот пример значим для практики, т.к. позволяет проанализировать влияние шока (резкого изменения) процентных ставок на величину резерва по страхованию жизни.

В начальный момент времени $t = 0$ значение нетто-резерва равно 0, поэтому при малых t имеет место ${}_t\bar{V} < V_0$. Следовательно, в начале действия договора страхования функция резерва ${}_t\bar{V}$ удовлетворяет уравнению вида (2) с $\delta = \delta_0$ при граничном условии ${}_0\bar{V} = 0$. Как уже было показано, решение в этом случае задается формулой (3). Ясно также, что значение резерва растет и достигает критического значения V_0 в некоторый момент времени, который обозначим t_0 . Начиная с этого момента времени, ${}_t\bar{V}$ описывается уравнением вида (2) с $\delta = \delta_1$ при граничном условии ${}_{t_0}\bar{V} = V_0$. Обратим внимание, что от замены δ_0 на δ_1 правая часть уравнения (2) увеличится, таким образом, увеличивается значение производной нетто-резерва. Иными словами

$$\left. \frac{d_t\bar{V}}{dt} \right|_{t=t_0+0} > \left. \frac{d_t\bar{V}}{dt} \right|_{t=t_0-0} \geq 0.$$

После прохождения критического значения V_0 нетто-резерв продолжает расти. Значит, для любого $t > t_0$ выполнено ${}_t\bar{V} > V_0$. Заметим также, что условие

$$\left. \frac{d_t\bar{V}}{dt} \right|_{t=t_0+0} \neq \left. \frac{d_t\bar{V}}{dt} \right|_{t=t_0-0}$$

означает, что первая производная функции нетто-резерва имеет разрыв в точке $t = t_0$. А значит, в момент достижения значения уровня V_0 кривая размера нетто-резерва будет иметь излом.

Таким образом, решением уравнения (6) при условии наличия зависимости вида (7) будет функция

$${}_t\bar{V} = \begin{cases} \int_0^t (\pi_\tau - b_\tau \mu_x(\tau)) e^{\int_0^\tau (\delta_0 + \mu_x(s)) ds} d\tau, & t < t_0, \\ V_0 e^{\int_0^t (\delta_1 + \mu_x(\tau)) d\tau} + \int_{t_0}^t (\pi_\tau - b_\tau \mu_x(\tau)) e^{\int_{t_0}^\tau (\delta_1 + \mu_x(s)) ds} d\tau, & t \geq t_0. \end{cases} \quad (8)$$

В данной формуле присутствуют два неизвестных параметра P_τ и t_0 , которые можно найти из дополнительных условий ${}_t\bar{V} = V_0$ для первой строки формулы (8) и ${}_n\bar{V} = S_n$ – для второй. В результате получим следующую систему уравнений относительно неизвестных P_τ и t_0 :

$$\begin{cases} \int_0^{t_0} (P_\tau - S_\tau \mu_x(\tau)) e^{\int_0^\tau (\delta_0 + \mu_x(s)) ds} d\tau = V_0, \\ e^{\int_0^n (\delta_1 + \mu_x(\tau)) d\tau} \left(V_0 + \int_{t_0}^n (P_\tau - S_\tau \mu_x(\tau)) e^{-\int_{t_0}^\tau (\delta_1 + \mu_x(s)) ds} d\tau \right) = S_n. \end{cases}$$

Решить данную систему аналитически не представляется возможным, но для частных случаев решение (т.е. значения P_τ и t_0) можно получить численно. Для простоты рассмотрим договор смешанного страхования жизни с постоянными премиями и выплатами: пусть выплата $S_t = 1$ в любой момент времени, а премия уплачивается с постоянной интенсивностью P_t , независимой от момента перечисления. Предположим, что возраст застрахованного на момент заключения договора x был равен в 30 лет, а срок действия договора страхования n установим равным 10 годам. Для описания смертности будем использовать закон Гомперца–Мейкема $\mu_x(t) = A + Bc^{x+t}$ со следующими числовыми параметрами:

$$A = 0,006062, B = 0,000215 \text{ и } c = 0,080334.$$

Указанные предположения хорошо согласуются со страховой практикой. В частности, приведенные численные значения параметров в формуле Гомперца-Мейкема соответствуют реальному характеру смертности в С.-Петербурге в начале 90-х годов². Пусть интенсивность начисления процента задается кусочно-постоянной функцией

² Кудрявцев А.А. Демографические основы страхования жизни. СПб.: Институт страхования, 1998. 118 с.

$$\delta({}_t\bar{V}) = \begin{cases} 0,07, & {}_t\bar{V} < 0,5, \\ 0,08, & {}_t\bar{V} \geq 0,5. \end{cases}$$

Тогда постоянная премия будет равна $P = 0,072615$ (на единицу страховой суммы), а момент времени, в который резерв впервые превысит уровень в 0,5 единиц страховой суммы, равен $t_0 = 6,114814$.

Сравним полученный результат с результатами модели, не учитывающей зависимость интенсивности начисления процента от размера инвестируемого капитала. Для этого рассмотрим разность между резервами, рассчитанными для постоянной и для кусочно-постоянной интенсивностей начисления процента. Возьмем постоянные интенсивности начисления процента, равные 0,070, 0,075 и 0,080. Графики разностей для этих значений приведены на рис. 1.

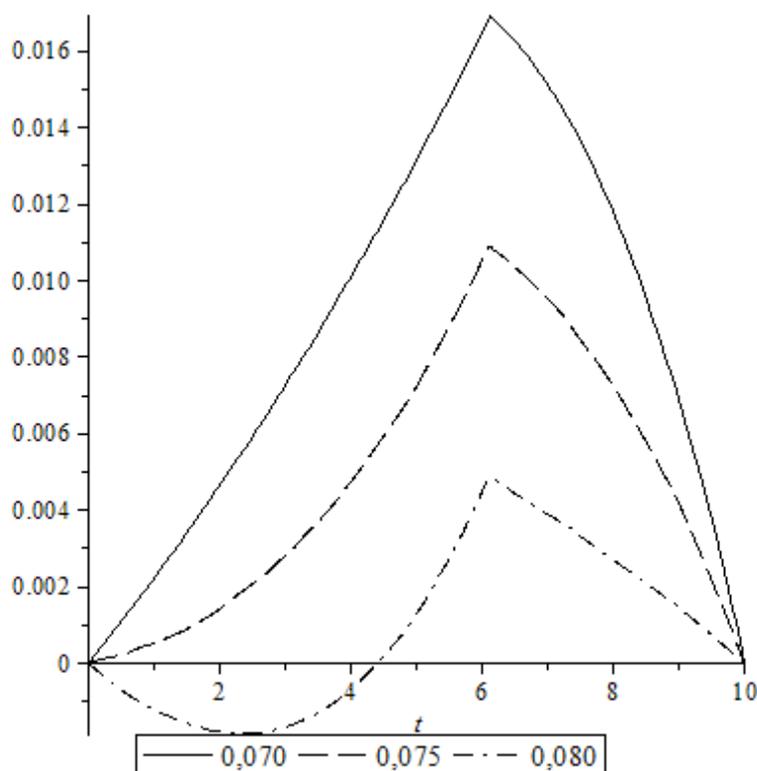


Рис. 1. Разности резервов по смешанному страхованию жизни при постоянной и кусочно-постоянной интенсивностях начисления процента

Для небольших значений постоянной интенсивности (например, 0,070) резерв, рассчитанный на основе постоянных ставок, всегда будет больше резерва для кусочно-постоянного случая. Для больших значений постоянной интенсивности (например, 0,080)

он может быть некоторое время меньше. Это объясняется тем, что для небольших значений интенсивности прирост резерва с постоянной интенсивностью будет больше в начале срока страхования за счет большего значения премии, что затем компенсируется скачком интенсивности для резерва с переменным начислением процентов. В результате одна кривая резерва будет всегда лежать над другой. В случае больших величин интенсивности первоначальный прирост резерва с постоянной интенсивностью будет меньше за счет меньшей премии, а затем прирост увеличится в связи с более высоким инвестиционным доходом. Последующий скачок интенсивности при достижении критического уровня нетто-резерва V_0 еще более усилит этот эффект.

В этой связи представляется интересным вопрос определения граничного значения постоянной интенсивности начисления процента, которое определяет условие, что традиционный резерв всегда будет больше резерва при однократном изменении начисления процента. Для ответа на этот вопрос необходимо найти значение, при котором производная разности равна нулю в точке $t = 0$. Иными словами, следует решить уравнение

$$\left. \frac{d\bar{V}^{cl}}{dt} \right|_{t=0} = \left. \frac{d\bar{V}^{pw}}{dt} \right|_{t=0},$$

где \bar{V}^{pw} – резерв из уравнения (8). Подставляя соответствующие выражения из указанных формул, и учитывая граничное условие ${}_0\bar{V}^{cl} = {}_0\bar{V}^{pw} = 0$, сводим исходное уравнение к виду $P^{cl}(\delta) = P^{pw}$, где $P^{cl}(\delta)$ – классическая премия (5), рассмотренная как функция интенсивности начисления процента δ , а P^{pw} – премия для случая кусочно-постоянной интенсивности (в данном случае константа). К сожалению, данное уравнение относительно δ , является достаточно сложным, получить его решение в общем виде не представляется возможным. Поэтому далее решение получено в численной форме: величина интенсивности равна 0,075866.

Рассуждения с кусочно-постоянной интенсивностью начисления процента могут быть относительно легко обобщены на ситуацию с любым числом скачков. Результаты будут аналогичными с учетом необходимости «склеивать» несколько участков оцениваемой кривой резерва по страхованию жизни.

Оценка резерва для кусочно-постоянной зависимости интенсивности начисления процента от суммарного размера резервов по группе договоров

Описанные выше модели могут быть подвергнуты справедливой критике, так как опираются на анализ каждого конкретного договора смешанного страхования жизни. Несмотря на то, что законодательством предписывается расчет резерва отдельно по каждому договору страхования³, инвестируется чаще всего совокупный резерв, сформированный для некоторого подпортфеля (набора) договоров. Для устранения указанного недостатка необходимо рассмотрение всего набора договоров как единого целого. В данном случае предполагается, что он может быть составлен из договоров, различающихся по некоторым параметрам (например, сроку страхования или возрасту застрахованного лица). В этом случае в модель вводится предположение о зависимости интенсивности начисления процента не от размера резерва по каждому договору, а от совокупного резерва по всему портфелю. В этом случае уравнение Тиле для каждого договора из рассматриваемого набора примет вид:

$$\frac{d_t \bar{V}^i}{dt} = P_t^i + \delta \left(\sum_{i=1}^m {}_t \bar{V}^i \right) {}_t \bar{V}^i - \mu_x^i(t) (S_t^i - {}_t \bar{V}^i).$$

Здесь i - номер рассматриваемого договора смешанного страхования жизни, m – количество договоров в рассматриваемом подпортфеле, ${}_t \bar{V}^i$ – резерв, сформированный по договору страхования с номером i , P_t^i – поступление премии в момент времени t , μ_x^i – интенсивность смертности в момент времени t лица в возрасте x , S_t^i – страховая сумма, выплачиваемая при наступлении страхового случая в момент времени t . Рассмотрим кусочно-постоянную зависимость интенсивности начисления процента от размера совокупного резерва. То есть δ описывается функцией вида

$$\delta \left(\sum_{i=1}^m {}_t \bar{V}^i \right) = \begin{cases} \delta_0, & \sum_{i=1}^m {}_t \bar{V}^i < V_0, \\ \delta_1, & \sum_{i=1}^m {}_t \bar{V}^i \geq V_0, \end{cases}$$

³ Приказ Министерства финансов Российской Федерации от 9 апреля 2009 г. N 32н "Об утверждении Порядка формирования страховых резервов по страхованию жизни" // Российская газета. – 2009. - № 4970.

где $V_0 > 0$ – критический уровень нетто-резерва, $0 < \delta_0 < \delta_1$.

Формулы для расчета величины резерва (как совокупного, так и по каждому отдельному договору) в этом случае могут быть построены, опираясь на рассуждения, подобные рассмотренному выше случаю одного договора страхования.

Для иллюстрации сказанного выше рассмотрим пример с двумя договорами смешанного страхования жизни. Пусть первый из них заключен с лицом в возрасте 30 лет на 15 лет, а второй – с лицом в возрасте 40 лет на 10 лет. Пусть интенсивность смертности для обоих лиц описывается законом Гомперца-Мейкема с указанными выше параметрами. Предположим, что премии по каждому договору постоянны в течение всего срока страхования, а выплата при наступлении страхового случая равна 1. Предположим, что указанные договора заканчиваются в один момент времени, а интенсивность начисления процента задается формулой

$$\delta({}_t\bar{V}^1 + {}_t\bar{V}^2) = \begin{cases} 0,07, & {}_t\bar{V}^1 + {}_t\bar{V}^2 < 1, \\ 0,08, & {}_t\bar{V}^1 + {}_t\bar{V}^2 \geq 1. \end{cases}$$

В этом случае премия для первого договора равна 0,042867 (на единицу страховой суммы), премия для второго договора равна 0,074872. Момент времени, в который совокупный резерв впервые достигает критического уровня, равен 5,603409 лет (с момента вступления в силу второго договора страхования).

Графики для первого, второго, а также совокупного резервов представлены на рис.2.

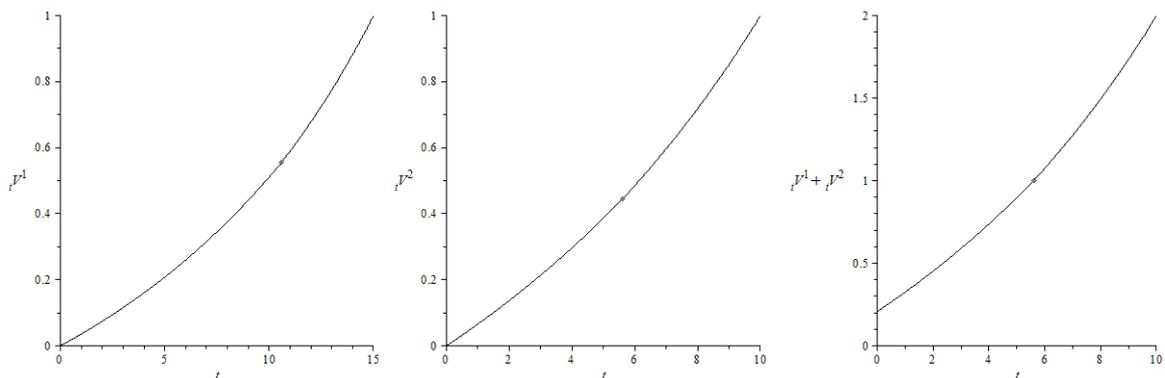


Рис.2. Резервы по смешанному страхованию жизни при кусочно-постоянной интенсивности начисления процента

Каждый из приведенных графиков имеет излом в точке $t=5,603409$ во временных единицах второго договора.

Заключение

Таким образом, наличие зависимости интенсивности начисления процента от величины резерва по страхованию жизни (например, вследствие условий инвестирования) существенно усложняет формулы расчета резерва. Тем не менее, даже на основе таких, не вполне операциональных результатов можно получить интересные выводы относительно поведения резерва по страхованию жизни для отдельного договора. В частности, найдены условия, при которых один резерв будет заведомо больше другого. Подобные результаты важны для проведения некоторых типов финансового прогнозирования и обоснования финансовой устойчивости операций страхования жизни: можно указать априорные условия для таких изменений ставки процента, при которых совокупные резервы по страхованию жизни не уменьшатся.

Следует также отметить практическую значимость проведенного исследования. Рассмотренный вариант зависимости процентных ставок от размера инвестируемого капитала дает возможность проанализировать влияние резкого изменения процентных ставок, например, вследствие кризисных явлений.

Библиографический список

1. Приказ Министерства финансов Российской Федерации от 9 апреля 2009 г. N 32н "Об утверждении Порядка формирования страховых резервов по страхованию жизни" // Российская газета. – 2009. - № 4970.
2. Бауэрс Н. и др. Актуарная математика / Пер. с англ. М.: Янус-К, 2001. 656 с.
3. Кудрявцев А.А. Демографические основы страхования жизни. СПб.: Институт страхования, 1998. 237 с.